Chapitre 3
La représentation de la production

Correction questions et exercices

1. La productivité marginale du travail peut-elle augmenter à court terme si l'on utilise de plus en plus de cet input ? Pourquoi ?

   A court terme, seul le travail constitue un facteur variable. La productivité marginale du travail est susceptible d'augmenter initialement car, quand il y a plus de travailleurs, chacun est en mesure de se spécialiser sur un aspect du processus de production dans lequel il est particulièrement qualifié. Par exemple, en restauration rapide, s'il n'y a qu'un seul travailleur, il doit préparer les hamburgers, les frites et sodas, ainsi que prendre les commandes. Seulement quelques clients peuvent être servis en une heure. Avec deux ou trois travailleurs, chacun est en mesure de se spécialiser, et le produit marginal (nombre de clients servis par heure) est susceptible d'augmenter à mesure que nous passons d'un à deux puis à trois travailleurs. Finalement, il y aura suffisamment de travailleurs et il n'y aura plus de gains de spécialisation. À ce point, le produit marginal va commencer à diminuer.

   Pour comprendre cette idée, on peut également prendre le célèbre exemple de la « manufacture d'épingles » qu'Adam Smith utilise, dans la *Richesse des nations* (1776), pour illustrer les effets de la division du travail :
   Imaginons qu'il n'y ait au départ, dans la manufacture, qu'un seul travailleur qui s'occupe de fabriquer les épingles à nourrice et de faire les 20 tâches nécessaires pour fabriquer une épingle (couper le fil, enrouler le file, le coupé, modifier la forme, mettre les épingle dans une boîte, mettre les étiquette sur les boîtes…). Dans ce cas, on peut largement augmenter la production en embauchant d'avantage de travailleurs. Si l'on a deux travailleurs, ceux-ci peuvent se répartir le travail entre fabrique d'épingle et mise en boîte, par exemple. A 3, c'est encore mieux, puis 4, 5 jusqu'à 20(qui correspond au nombre de tâches pour fabriquer une épingle).
   A partir de 20, en revanche, l'apport d'un travailleur devient de moins en moins important jusqu'à avoir une influence négative sur la production, quand la productivité marginale devient décroissante : trop de monde dans la petite manufacture d'épingles nuit à la production !
2. Des isoquantes peuvent être convexes ; linéaires, ou coudées. Que vous enseigne la forme des courbes d'indifférence sur la nature de la fonction de production ? Sur le TMST ? La forme d'une isoquante peut-elle être croissante ? Expliquez.

   Les isoquantes indiquent que certaines unités d'un input (facteur de production) peuvent être remplacées par une unité de l'autre input, le niveau de production étant maintenu constant. Lorsqu'ils sont convexes, le TMST est décroissant lorsque nous nous déplaçons vers le bas le long de l'isoquante. Cela indique qu'il devient de plus en plus difficile de remplacer un input par un autre tout en gardant la production inchangée, en raison de la loi des rendements marginaux décroissants.

   Des isoquantes linéaires impliquent que la pente (ou le TMST) est constante. Cela signifie qu'il est toujours possible d'échanger le même nombre d'unités d'un input contre une unité de l'autre input en maintenant constant l'output. Les inputs sont parfaitement substituables dans ce cas. Du point de vue de la production, c'est comme si les inputs étaient le même bien.

Des isoquantes coudées impliquent que les inputs sont parfaitement complémentaires, et l'entreprise produit avec une fonction de production à proportions fixes. Dans ce cas, l'entreprise ne peut pas renoncer à un input en échange de l'autre en maintenant le même niveau de production (par exemple, renoncer à une voiture pour obtenir un chauffeur de taxi supplémentaire n'a pas de sens, car il faut toujours un chauffeur pour un taxi). Autre exemple, une entreprise peut avoir besoin d'exactement 4 unités de capital pour chaque unité de travail, auquel cas un input ne peut pas se substituer à l'autre.

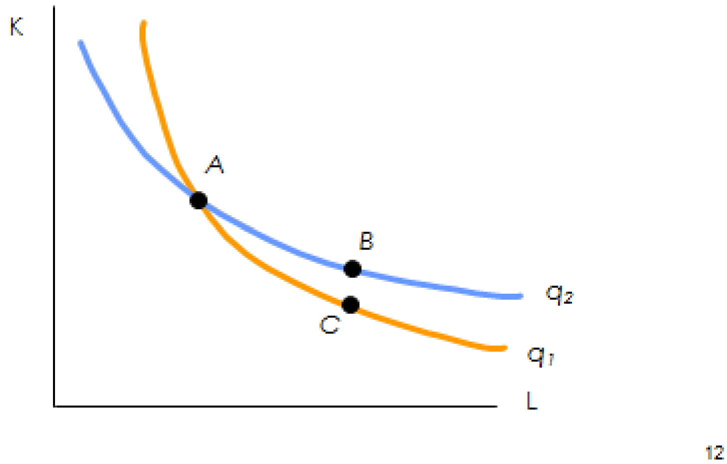
Une isoquante croissante signifie que si une entreprise augmente deux inputs, l'output (la production) reste le même. En règle générale, si l'entreprise augmente tous les inputs, elle peut produire plus d'outputs. Une isoquante ne peut donc pas être croissante

3. Deux isoquantes peuvent-elles se couper ?

   Non, deux isoquantes ne peuvent pas se couper.

   Supposons deux isoquantes qui se coupent en un point A. En A, évidemment, la quantité de K et L est identique puisque c'est un point d'intersection. Pourtant, le niveau de production est différent : il y a un niveau de production propre à la première isoquante (q_1) et un niveau propre la seconde isoquante (q_2).

   La même combinaison A de (L, K) permet d'obtenir deux niveaux de production différents. Or, si une entreprise peut utiliser A pour produire $q_2 > q_1$, pourquoi utiliserait-elle cette même combinaison pour obtenir un niveau de production inférieur ? Cela constituerait un gaspillage des ressources à sa disposition.



4. Des rendements décroissants pour une fonction de production à un seul facteur et des rendements d'échelle constants sont-ils compatibles ? Expliquez.

   Les rendements décroissants et les rendements d'échelle sont des concepts complètement différents. Il est donc tout à fait possible d'avoir des rendements décroissants du travail, par exemple, et des rendements d'échelle constants. Les rendements décroissants pour une fonction de production à un seul facteur sont dus au fait que tous les autres inputs sont fixes. Ainsi, on utilise de plus en plus de facteurs variables, les suppléments de production deviennent de plus en plus petits, car il n'y a pas de hausses dans les autres facteurs. La notion de rendements d'échelle traite de l'augmentation de la production lorsque tous les facteurs sont augmentés dans la même proportion. Bien que chaque facteur en lui-même possède des rendements décroissants, la production peut plus que doubler, moins que doubler, ou exactement doubler lorsque tous les facteurs doublent. La différence est que, avec des rendements d'échelle, tous les inputs sont augmentés dans la même proportion et aucun input n'est fixé.

5. Supposez qu'un fabricant de chaises produise à court terme (avec son équipement et son installation actuelle). Le fabricant a constaté les niveaux de production suivants, correspondant à différents nombres de travailleurs :

Nombre de travailleurs	Nombre de chaises	$PMoy_L$	$Pmar_L$
1	10	10	10
2	18	9	8
3	24	8	6
4	28	7	4
5	30	6	2
6	28	4.7	-2
7	25	3.6	-3

a. Calculez la productivité moyenne et la productivité marginale du travail pour cette fonction de production.

Voir les deux dernières colonnes du tableau.

Rappel :

$$PMoy_L = \frac{Production}{Travail} = \frac{q}{L}$$

$$Pmar_L = F_L \approx \frac{\Delta Production}{\Delta Travail} = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

b. Cette fonction présente-t-elle des rendements du travail décroissants ?

Oui, cette fonction de production présente des rendements du travail décroissants. La productivité marginale du travail, la production supplémentaire due à chaque travailleur supplémentaire, diminue à mesure que le fabricant augmente le nombre de travailleurs, ce qui commence à se produire avec la deuxième unité de main-d'œuvre.

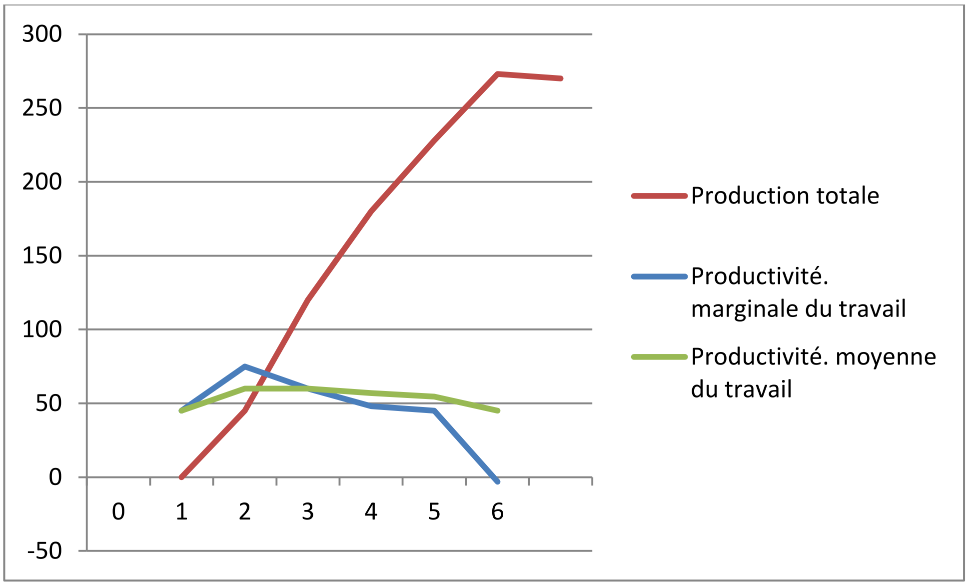
c. Expliquez intuitivement ce qui pourrait rendre négative la productivité marginale du travail.

Ici, la productivité marginale du travail est négative à partir de L > 5. Cela peut découler de la congestion de la main-d'œuvre de l'usine (voir réponse à la question 1). Puisque plus de travailleurs utilisent le même montant fixe de capital, une baisse de l'efficacité et des quantités produites est possible.

6. . Une entreprise produisant des puces électroniques a une fonction de production dont certaines propriétés apparaissent dans le tableau ci-dessous :

Quantité de travail	Production totale	Productivité. marginale du travail	Productivité. moyenne du travail
0	0	-	-
1	45	45	45
2	120	75	60
3	180	60	60
4	228	48	57
5	273	45	54, 6
6	270	-3	45

a. Complétez les cases manquantes (cf cases remplies en rouge)
b. Représentez les trois fonctions. Que remarquez-vous ?



La productivité moyenne est croissante lorsque la productivité marginale est supérieure à la productivité moyenne (jusqu'à L=3). La contribution d'une unité supplémentaire de travail à la production est telle qu'elle fait augmenter la production moyenne. C'est l'inverse quand la productivité marginale est décroissante. Les deux courbes se coupent au maximum de la productivité moyenne (en L=3).
Voir section 2 du cours sur la productivité du travail.

7. Vrai ou faux ? Justifiez vos réponses :

a. Le long terme correspond à une période pendant laquelle tous les facteurs de production utilisés ne sont pas variables.

Faux : au contraire, à long terme, tous les facteurs sont variables.

b. La courbe de coût moyen est décroissante lorsque le coût marginal est inférieur au coût moyen.

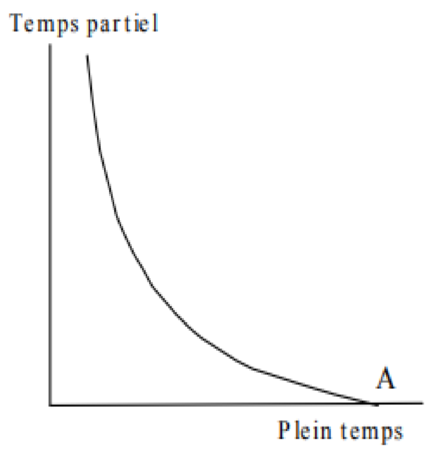
Vrai, cf exercice précédent

c. La productivité marginale est croissante.

Faux : elle peut l'être pour certaines valeurs (faibles) de l'input mais ensuite elle devient en général décroissante (loi des rendements marginaux décroissants).

d. Le TMST est décroissant le long d'un isoquante. Vrai (cf cours section 3 sur la substitution des facteurs de production)

8. Pour chacun des exemples suivants, tracez une isoquante représentative. Que pouvez-vous déduire sur le TMST dans chacun des cas ?
   a. Une entreprise peut n'embaucher que des employés à temps plein pour produire son bien, ou bien une combinaison d'employés à temps plein et d'employés à temps partiel. Pour chaque employé à temps plein qu'elle laisse partir, si l'entreprise veut conserver son niveau de production, elle a besoin d'embaucher un nombre croissant de travailleurs à temps partiel
   Plaçons les travailleurs à temps partiel sur l'axe vertical et les travailleurs à plein temps sur l'axe horizontal. La pente de l'isoquante mesure le nombre de travailleurs à temps partiel qui peut être échangé pour un travailleur à plein temps, la production étant maintenue constante. Au point A, l'isoquante coupe l'axe de plein temps, car il est possible de produire uniquement avec des travailleurs à plein temps et sans travailleurs à temps partiel. Lorsque nous montons le long de l'isoquante et que nous renonçons à des travailleurs à plein temps, nous devons embaucher de plus en plus de travailleurs à temps partiel afin de remplacer chaque travailleur à temps plein. La pente augmente (en valeur absolue) à mesure que nous montons le long de l'isoquante. L'isoquante est donc convexe, et il y a une diminution du taux marginal de substitution technique.



b. Une entreprise a besoin d'exactement deux travailleurs à temps plein pour faire fonctionner chaque machine de son usine.

Aucune substitution n'est possible entre inputs puisqu'une seule combinaison est possible pour pouvoir produire une quantité donnée. La production ne peut augmenter que si les quantités d'inputs utilisées augmentent toujours dans les mêmes proportions. Si la quantité de travail utilisé double, il faut que le nombre de machines double aussi, si l'on veut augmenter la production. La fonction de production est à proportions fixes (2 unités de travail pour 1 unité de K) et les isoquantes sont coudées (en forme de L). Le TMST est infini (ou indéterminé) le long de la partie verticale de l'isoquante et vaut 0 dans la partie horizontale.

c. Pour atteindre un niveau de production donné, une entreprise peut employer indifféremment des travailleurs à temps plein ou à temps partiel, sachant que chaque travailleur à temps plein exécute le travail de deux travailleurs à temps partiel.

Si l'entreprise peut toujours échanger 2 unités de travail à temps partiel contre 1 unité de travail à plein temps, le TMST du plein temps par rapport au temps partiel est constant et égal à 2 et l'isoquante est linéaire.

9. Les fonctions suivantes présentent-elles des rendements d'échelle croissants, constants ou décroissants ? Qu'arrive-t-il au produit marginal de chaque facteur lorsqu'on augmente l'utilisation de ce facteur, la quantité de l'autre facteur restant constante ? Calculez le TMST pour chacune d'entre elles.

a. $q = 3L + 2K$

Cette fonction présente des rendements d'échelle constants. Par exemple, si L = 2 et K = 2, alors q = 10. Si L = 4 et K = 4, alors q = 20. Lorsque les inputs doublent, la production double. Chaque productivité marginale est constante pour cette fonction de production. Quand L augmente de 1, q augmente de 3. Lorsque K augmente de 1, q augmente de 2.

b. $q = (2L + 2K)^{1/2}$

Cette fonction présente des rendements d'échelle décroissants. Par exemple, si L = 2 et K = 2, alors q = 2,8. Si L = 4 et K = 4, alors q = 4. Lorsque les inputs doublent, la production augmente de moins que le double. La productivité marginale de chaque input est en baisse. Nous pouvons déterminer cela par le calcul en différenciant la fonction de production par rapport à chaque input, tout en maintenant l'autre input constant. Par exemple, la productivité marginale du travail est :

$$\frac{\partial q}{\partial L} = \frac{2}{2(2L+2K)^{\frac{1}{2}}}.$$

Comme L est dans le dénominateur, lorsque L augmente, la productivité marginale baisse. Si nous ne connaissons pas le calcul, nous pouvons choisir plusieurs valeurs de L (en fixant K à un certain niveau), trouver les valeurs correspondantes de q, et voir comment varie la productivité marginale. Par exemple, si L = 4 et K = 4, alors q = 4. Si L = 5 et K = 4, alors q = 4,24. Si L = 6 et K = 4, alors q = 4,47. La productivité marginale du travail baisse de 0,24 à 0,23. Ainsi, PmL diminue à mesure que L augmente, K est maintenu constant à 4 unités.

c. $q = 3LK^2$

Cette fonction présente des rendements d'échelle croissants. Par exemple, si L = 2 et K = 2, alors q = 24. Si L = 4 et K = 4, alors q = 192. Lorsque les inputs doublent, la production va plus que doubler. Notons également que si nous augmentons chaque input par le même facteur λ > 1, nous obtenons :

$$q' = 3(\lambda L)(\lambda K)^2 = \lambda^3 3LK^2 = \lambda^3 q. \qquad > \lambda q$$

Comme λ est porté à une puissance supérieure à 1, nous avons des rendements d'échelle croissants. La productivité marginale du travail est constante et la productivité marginale du capital est en augmentation. Pour n'importe quelle valeur de K, si L augmente de 1 unité, q augmente de 3K2 unités, qui est un nombre constant. La productivité marginale du capital est PmK = 6LK. À mesure que K augmente, PmK augmente. Si nous ne connaissons pas le calcul, nous pouvons fixer la valeur de L, choisir une valeur de départ de K, et trouver q. Maintenant, augmentons K de 1 unité et trouvons le nouveau q. En faisant cela un certain nombre de fois, nous pouvons calculer la productivité marginale (voir les réponses (b) et (d)).

d. $q = L^{1/2}K^{1/2}$

Cette fonction présente des rendements d'échelle constants. Par exemple, si L = 2 et K = 2, alors q = 2. Si L = 4 et K = 4, alors q = 4. Lorsque les inputs doublent, la production va exactement doubler. Notons également que si nous augmentons chaque input d'un même facteur, λ, nous obtenons :

$$q' = (\lambda L)^{\frac{1}{2}}(\lambda K)^{\frac{1}{2}} = \lambda L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}} = \lambda q.$$

Puisque λ est élevé à la puissance 1, il y a des rendements d'échelle constants. La productivité marginale du travail est décroissante et la productivité marginale du capital est croissante. La productivité marginale du capital est :

$$Pm_K = \frac{L^{\frac{1}{2}}}{2K^{\frac{1}{2}}}.$$

Pour n'importe quelle valeur de L, si K augmente, PmK baisse. Si nous ne connaissons pas le calcul, nous pouvons fixer la valeur de L, choisir une valeur de départ de K, et trouver q. Soit L = 4 par exemple. Si K = 4, alors q = 4. Si K = 5, alors q = 4,47. Si K = 6, alors q = 4,90. La productivité marginale de la cinquième unité de K est de 4,47 – 4 = 0,47, et la productivité marginale de la sixième unité de K est de 4,90 – 4,47 = 0,43. Ainsi, nous avons une productivité marginale du capital décroissante. Nous pouvons faire la même chose pour la productivité marginale du travail.

e. $q = 4L^{1/2} + 4K$

Cette fonction présente des rendements d'échelle décroissants. Par exemple, si L = 2 et K = 2, alors q = 13,66. Si L = 4 et K = 4, alors q = 24. Lorsque les inputs doublent, la production augmente de moins que le double. La productivité marginale du travail est décroissante et la productivité marginale du capital est constante. Pour n'importe quelle valeur de L, si K augmente de 1 unité, q augmente de 4 unités, qui est un nombre constant. Pour voir que la productivité marginale du travail est décroissante, fixons K = 1 et choisissons des valeurs de L.

Si L = 1, alors q = 8. Si L = 2, alors q = 9,66. Si L = 3, alors q = 10,93. La productivité marginale de la deuxième unité de main-d’œuvre est 9,66 – 8 = 1,66, et la productivité marginale de la troisième unité de main-d’œuvre est 10,93 – 9,66 = 1,27. La productivité marginale du travail est décroissante.

TMST = : a. 3/2; b. 1 ;c. ½ (K/L) ;d. K/L ;e. ½$L^{-1/2}$