UNIVERSITÉ PARIS 1
PANTHÉON SORBONNE

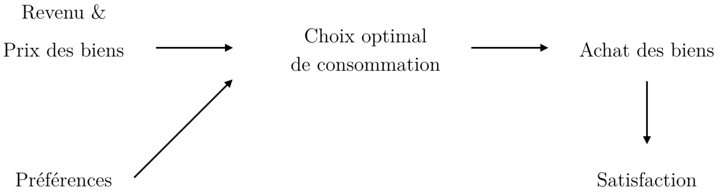
Chapitre 1 : Préférences, utilité et choix

Laurie Bréban, Marie Boltz, Philippe Gagnepain, Matt Leduc, Biagio Speciale & Jérôme Valette

Microéconomie. Licence de Sciences Economiques 1ère année, 2019-2020

Objectif du chapitre

Dans ce chapitre, nous allons essayer de comprendre et de modéliser comment un individu qui dispose d'un certain revenu, et fait face à des biens à un certain prix, forme ses choix de consommation en fonction de ses préférences personnelles, pour en retirer la plus grande satisfaction possible.



Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Préférences

Satisfaction

Objectif du chapitre (2)

Ensuite, nous étudierons les questions suivantes :

- Comment les variations des prix des biens et du revenu du consommateur affectent-elles ses choix de consommation ?
- Pourquoi la demande de certains produits est-elle plus sensible aux variations de prix ?

Remarque : Nous n'allons pas expliquer/modéliser tous les comportements observés pour chaque consommateur. En effet, toutes les decisions d'un consommateur ne sont pas rationnelles, et les modèles récents en micro-économies permettent de modéliser cela. Ici, nous allons développer une théorie très simple mais qui permet d'expliquer assez bien la majorité des comportements observés.

Plan du chapitre

1. Préférences et utilité
2. Les contraintes budgétaires
3. Le choix du consommateur
4. Utilité et choix du consommateur

1. Préférences et utilité

Les préférences - Définitions

Qu'est-ce qu'on appelle les préférences d'un consommateur ?

Comment les représenter ?

Comment un consommateur compare-t-il deux paniers de biens ?

Les préférences - Définitions

Qu'est-ce qu'on appelle les préférences d'un consommateur ?

Comment les représenter ?

Comment un consommateur compare-t-il deux paniers de biens ?

Pour décrire les préférences d'un consommateur, nous allons nous demander s'il préfère un panier de bien à un autre :

- Un panier de biens est une liste des quantités d'un ou de plusieurs biens. *Ex : (2 bananes, 3 pommes).*
- Entre tel et tel panier de biens contenant chacun différents biens dans des quantités différentes, le consommateur va préférer l'un ou l'autre. *Ex : Je préfère (2 bananes, 3 pommes) à (3 bananes, 2 pommes).*
- Tous les paniers de biens consommés par un individu vont donc représenter un ensemble de choix.

Les préférences - et la rationalité

Dans le cadre de cette introduction à la microéconomie, le comportement de consommation des individus est toujours analysé sous l'angle de la **rationalité** :

- L'agent va chercher parmi l'ensemble des paniers de consommation qui lui sont accessibles celui qui lui procure le degré de satisfaction le plus élevé.

On va donc supposer que les préférences individuelles respectent toujours un certain nombre d'**axiomes**

- qui constituent autant de *restrictions* quant à la forme des préférences individuelles et
- qui traduisent donc la capacité du consommateur à effectuer des *classements cohérents* entre les différents paniers de consommation = **Relation de préférence**

Les préférences du consommateur : propriétés

1. Complétude :
   Les consommateurs peuvent comparer deux à deux et classer tous les paniers possibles.

Les préférences du consommateur : propriétés

1. Complétude :
   Les consommateurs peuvent comparer deux à deux et classer tous les paniers possibles.
2. Transitivité :
   Si un consommateur préfère le panier x au panier y et le panier y au panier z, alors, il préfère le panier x au panier z.

Les préférences du consommateur : propriétés

1. Complétude :
   Les consommateurs peuvent comparer deux à deux et classer tous les paniers possibles.
2. Transitivité :
   Si un consommateur préfère le panier x au panier y et le panier y au panier z, alors, il préfère le panier x au panier z.
3. Monotonie :
   Les consommateurs préfèrent toujours plus de biens à moins. Hypothèse de non satiété.

Les préférences du consommateur : propriétés

1. Complétude :

   Les consommateurs peuvent comparer deux à deux et classer tous les paniers possibles.

2. Transitivité :

   Si un consommateur préfère le panier x au panier y et le panier y au panier z, alors, il préfère le panier x au panier z.

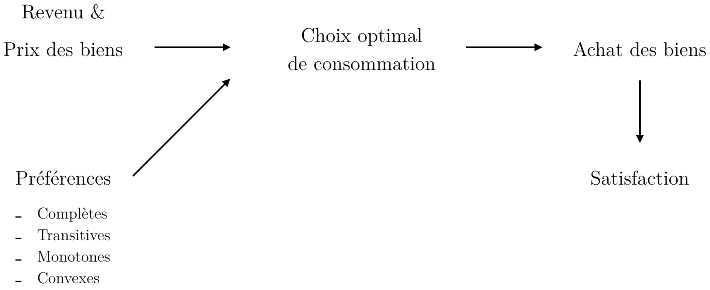
3. Monotonie :

   Les consommateurs préfèrent toujours plus de biens à moins. Hypothèse de non satiété.

4. Convexité :

   Si un consommateur est indifférent entre deux paniers de biens x et y peu diversifiés, il préfère un panier de biens z, plus diversifié et intermédiaire entre x et y.
   (*Ex : Un consommateur préférera en général un panier avec du vin et du fromage à des paniers ne comprenant que du vin ou que du fromage*)

Les préférences du consommateur



Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Satisfaction

Préférences

- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Comment représenter les préférences d'un consommateur ?

Soit un consommateur susceptible d'acquérir n biens différents.

Un **vecteur de consommation** (ou panier de biens de consommation) peut s'écrire sous la forme $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, où x_k **représente la quantité de bien k consommée**. Un vecteur de consommation est donc un élément de $\mathbb{R}_+^n$.

Par la suite, nous allons simplifier l'analyse en considérant **deux biens** (aliments, vêtements) → $\mathbb{R}_+^2$.

Comment représenter les préférences d'un consommateur ?

Pour tous couples de vecteurs de consommation x et y, on suppose donc que le consommateur peut faire état d'une préférence pour l'un ou l'autre vecteur = Il est capable d'exprimer une relation de préférence R entre les deux paniers de biens x et y.

- R la relation (binaire) de préférence $x \succcurlyeq y$ signifie que "x est préféré à y" (ce qui n'exclut pas que l'inverse est vrai !)
- On distingue, dans la relation de préférence R :
  - la préférence stricte $\succ$: $x \succ y \Leftrightarrow x \succ y \textit{ et non } y \succ x$
  - l'indifférence $\sim$: $x \sim y \Leftrightarrow x \succcurlyeq y \textit{ et } y \succcurlyeq x$

Comment représenter les préférences d'un consommateur ? (2)

La représentation des préférences s'appuie généralement sur les axiomes que nous avons déjà définis :

1. Complétude :
   $\forall\, x, y,\; on\ a\ x \succcurlyeq y\ ou\ y \succcurlyeq x$
   On peut toujours exprimer une préférence (stricte ou non) entre les biens.

Comment représenter les préférences d'un consommateur ? (2)

La représentation des préférences s'appuie généralement sur les axiomes que nous avons déjà définis :

1. Complétude :
   $\forall\ x, y,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ ou\ y \succcurlyeq x$
   On peut toujours exprimer une préférence (stricte ou non) entre les biens.
2. Transitivité :
   $\forall\ x, y, z,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ et\ y \succcurlyeq z \Rightarrow x \succcurlyeq z$

Comment représenter les préférences d'un consommateur ? (2)

La représentation des préférences s'appuie généralement sur les axiomes que nous avons déjà définis :

1. Complétude :
   $\forall\ x, y,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ ou\ y \succcurlyeq x$
   On peut toujours exprimer une préférence (stricte ou non) entre les biens.
2. Transitivité :
   $\forall\ x, y, z,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ et\ y \succcurlyeq z \Rightarrow x \succcurlyeq z$

   NB : Lorsque les préférences sont complètes et transitives, on dit qu'elles constituent un ***préordre complet****.*
3. Monotonie :
   $\forall\ x, y,\ on\ a\ x \geq y \Rightarrow x \succcurlyeq y$

Comment représenter les préférences d'un consommateur ? (2)

La représentation des préférences s'appuie généralement sur les axiomes que nous avons déjà définis :

1. Complétude :
   $\forall\ x, y,\ \textit{on a}\ x \succcurlyeq y\ \textit{ou}\ y \succcurlyeq x$
   On peut toujours exprimer une préférence (stricte ou non) entre les biens.
2. Transitivité :
   $\forall\ x, y, z,\ \textit{on a}\ x \succcurlyeq y\ \textit{et}\ y \succcurlyeq z \Rightarrow x \succcurlyeq z$

   NB : Lorsque les préférences sont complètes et transitives, on dit qu'elles constituent un ***préordre complet****.*
3. Monotonie :
   $\forall\ x, y,\ \textit{on a}\ x \geq y \Rightarrow x \succcurlyeq y$
   On préfère toujours consommer plus.

Comment représenter les préférences d'un consommateur ? (2)

La représentation des préférences s'appuie généralement sur les axiomes que nous avons déjà définis :

1. Complétude :
   $\forall\ x, y,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ ou\ y \succcurlyeq x$
   On peut toujours exprimer une préférence (stricte ou non) entre les biens.
2. Transitivité :
   $\forall\ x, y, z,\ on\ a\ x \succcurlyeq y\ et\ y \succcurlyeq z \Rightarrow x \succcurlyeq z$

   NB : Lorsque les préférences sont complètes et transitives, on dit qu'elles constituent un ***préordre complet****.*
3. Monotonie :
   $\forall\ x, y,\ on\ a\ x \geq y \Rightarrow x \succcurlyeq y$
   On préfère toujours consommer plus.
4. Convexité :
   $\forall\ x, y\ et\ z = [\lambda x + (1-\lambda)y]\ on\ a\ x \sim y \Rightarrow z \succcurlyeq x\ et\ z \succcurlyeq y$, avec $\lambda \in [0, 1]$
   Cela traduit le goût pour la diversification.

Courbes d'indifférence

- On peut représenter graphiquement les préférences des consommateurs à l'aide de courbes d'indifférence.

- Chaque courbe d'indifférence représente un ensemble de tous les paniers de biens auxquels un individu est indifférent (c'est-à-dire qui procurent la même satisfaction).

Courbes d'indifférence : un exemple - Table 3.1 p.92

Soit le tableau suivant représentant différents paniers de consommation pour deux biens :

Panier de biens	Aliments (unités)	Vêtements (unités)
A	20	30
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

On peut représenter graphiquement ces différents paniers dans le plan (Aliments ;Vêtements).

Courbes d'indifférence : un exemple (2) - Fig.3.1 p.93

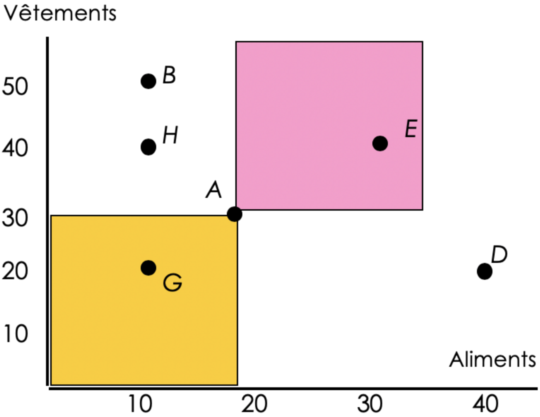
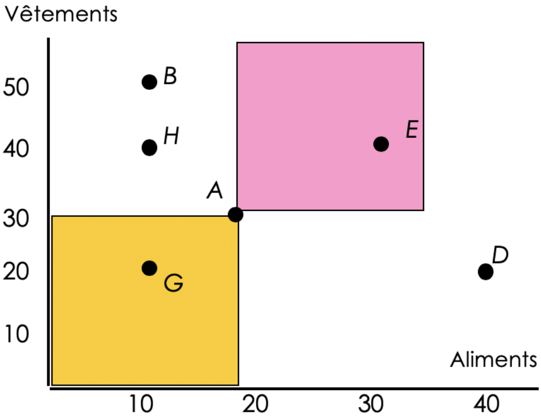


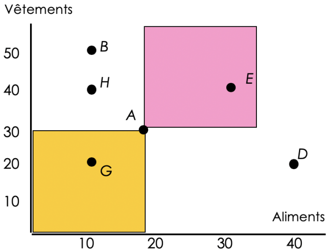
Fig. 3.1 p. 93

Courbes d'indifférence : un exemple (2) - Fig.3.1 p.93



Le consommateur préfère A à toute autre combinaison dans le carré jaune, mais il préfère aussi tout point dans le carré rose à A par monotonie.

Courbes d'indifférence : un exemple (3) - Fig.3.1 p.93



Par monotonie :

- Le consommateur préfère A à toute autre combinaison dans le carré jaune, car il y a toujours *moins* de vêtements **et** *moins* d'aliments dans les paniers jaunes que dans A.
- Il préfère aussi tout point dans le carré rose à A, car il y a toujours *plus* de vêtement **et** *plus* d'aliments dans les paniers roses que dans A.

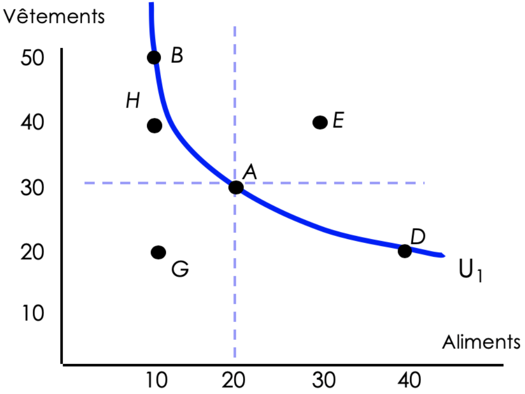
Courbes d'indifférence : un exemple (4)

- Facile de classer A par rapport à tous les paniers dans les zones rose et jaune avec le principe de monotonie.
- En revanche, les paniers comme B, D et H ont plus d'un bien, mais moins d'un autre, relativement au panier A.
- Il faut donc plus d'informations sur les préférences du consommateur pour classer A, B, D et H.

Courbes d'indifférence : un exemple (5)

- On ajoute l'information que le consommateur est indifférent entre B, A et D
- Ces paniers forment alors ce qu'on appelle une courbe d'indifférence.
- Le consommateur trouve alors que A, B et D sont (strictement) préférables à H. Il y a des paniers, sur la courbe d'indifférence de A, B et D, pour lesquels il y a plus des deux biens que pour H (B, par exemple) et cela est donc conforme à la propriété de monotonie.

Courbes d'indifférence : un exemple (6) - Fig. 3.2 p. 94



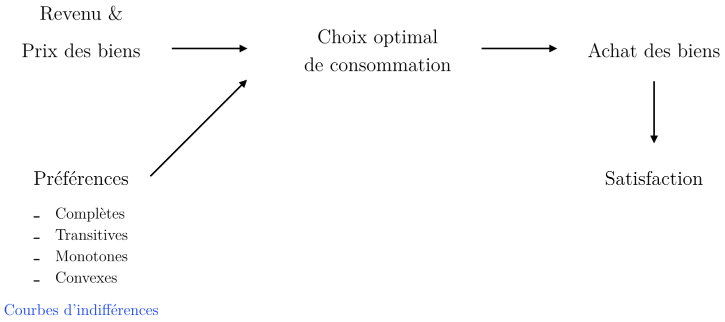
Le consommateur est indifférent entre B, A et D. Il préfère E à tous les paniers sur U_1, et il préfère aussi tous les paniers sur U_1 à H et à G.

Courbes d'indifférences - Bilan

- Le consommateur est indifférent entre deux paniers sur la même courbe d'indifférence.
- Le consommateur préfère toujours (strictement) un panier "au-dessus" (nord-est) de la courbe d'indifférence à un panier "sur" la courbe d'indifférence.
- De même, le consommateur préfère toujours (strictement) un panier "sur" la courbe d'indifférence à un panier "au-dessous" (sud-ouest) de la courbe d'indifférence.

Vous voyez donc qu'il existe une infinité de courbes d'indifférences chacune donnant un ensemble de vecteurs de consommation indifférents deux à deux.

Comment représenter les préférences d'un consommateur ?



Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Préférences

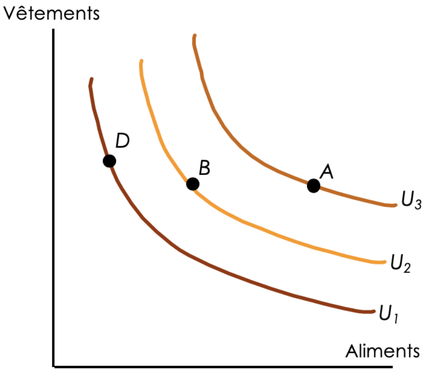
- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Courbes d'indifférences

Satisfaction

Courbes et carte d'indifférence - Fig. 3.3 p.95

- On appelle l'ensemble des courbes d'indifférence, la carte d'indifférence
- A chaque courbe d'indifférence, on peut associer une valeur que l'on nomme utilité.
- + la courbe d'indifférence est éloignée de l'origine, + la valeur de l'utilité associée est grande



$$A \succ B \succ D \;\Leftrightarrow U_3 > U_2 > U_1$$

Courbes et carte d'indifférence (2)

Il y trois grandes propriétés des courbes et des cartes d'indifférence :

1. Les courbes d'indifférence ne se croisent pas
2. Les courbes d'indifférence sont décroissantes
3. Les courbes d'indifférence sont convexes vers l'origine

Propriété 1 : Pourquoi les courbes d'indifférence ne se croisent pas ?

- Par définition de la courbe d'indifférence, l'individu est indifférent entre A et C (courbe U_1) et entre A et B (courbe U_2).
- Par transitivité : Si un individu est indifférent entre A et C, et entre A et B, alors il est indifférent entre B et C.
- Cela implique que B et C soient sur la même courbe d'indifférence, or ce n'est pas le cas !
- Donc deux courbes d'indifférence ne peuvent se croiser.

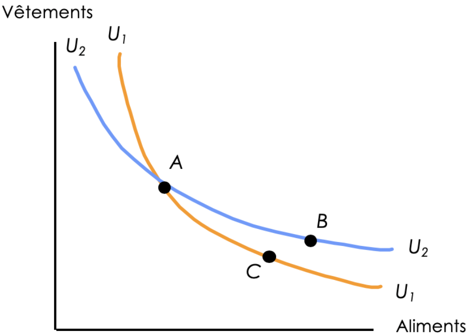
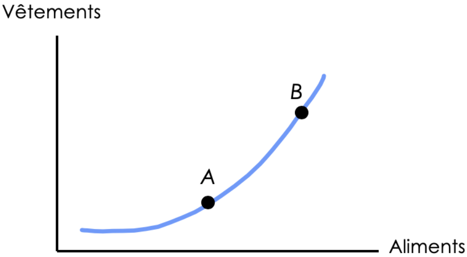


Fig. 3.4 p. 95

Propriété 2 : Pourquoi les courbes d'indifférence sont décroissantes ?

- Les pentes des courbes d'indifférence sont toujours négatives :
- Sinon la propriété de monotonie (plus est préféré à moins) ne serait plus valide, car certains paniers sur la courbe d'indifférence auraient plus des deux biens que d'autres paniers sur la même courbe d'indifférence.



Propriété 3 : pourquoi les courbes d'indifférence sont elles convexes vers l'origine ?

La préférence pour la diversification n'est pas la seule manière d'expliquer cette situation.

- Rappel : Le consommateur est indifférent entre tous les paniers ici représentés.
- Exemple : Echange 6 vêtements contre 1 aliment supplémentaire ne change pas la satisfaction en passant de A à B.
- Observation : le ratio de vêtements par aliments baisse de 6 à 1 quand on consomme plus d'aliments.

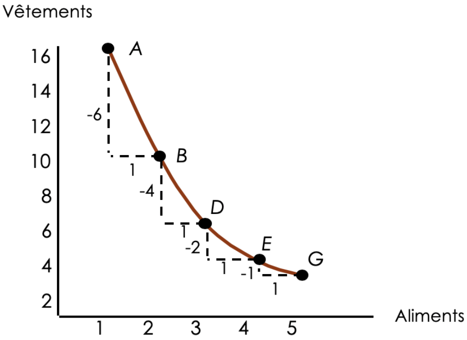


Fig. 3.5 p. 96

Propriété 3 : pourquoi les courbes d’indifférence sont-elles convexes vers l’origine ?

- La pente des courbes d’indifférence décrit comment un consommateur est prêt à renoncer à un bien pour un autre :
  - A → B : renoncer à 6 vêtements pour 1 aliment.
  - D → E : renoncer à 2 vêtements pour 1 aliment.

- *Plus* la quantité initiale de vêtements est grande, *plus* le consommateur est prêt à renoncer à des vêtements pour disposer de quantités supplémentaires de produits alimentaires… et *vice versa*.

Cette observation est la définition même de ce que l’on appelle la décroissance du taux marginal de substitution (TMS).

Le taux marginal de substitution (TMS) - définition

Définition : Taux marginal de substitution (TMS)

C'est la quantité d'un bien à laquelle un consommateur est prêt à renoncer pour obtenir une quantité plus importante d'un autre bien en maintenant *constant* son niveau d'utilité.

Ici, dire que le TMS entre les vêtements et les aliments est égal à 6 signifie que le consommateur est prêt à renoncer à 6 unités de vêtements pour obtenir une unité de bien alimentaire en plus en maintenant le même niveau de satisfaction.

Le TMS mesure aussi la pente (en valeur abs.) de la courbe d'indifférence en un point, c'est-à-dire la pente de sa tangente en ce point.

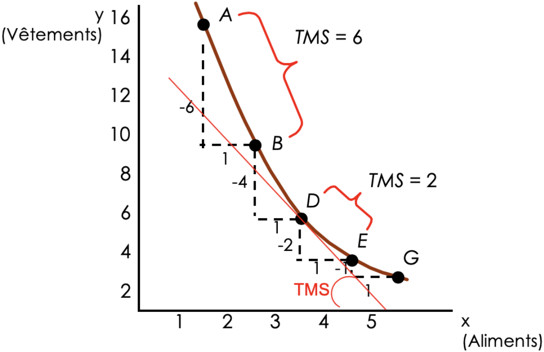
Taux marginal de substitution - Fig. 3.5 p. 96

- $TMS = -\frac{dy}{dx}\Big|_{U=cte}$

  $\simeq -\frac{\Delta y}{\Delta x}\Big|_{U=cte}$

  (pour une petite variation de x).

- Rq : Le TMS est par definition positif. On rajoute un $-$ (comme ci-dessus) ou on prends la valeur absolue pour le rendre positif.



Taux marginal de substitution : Remarque

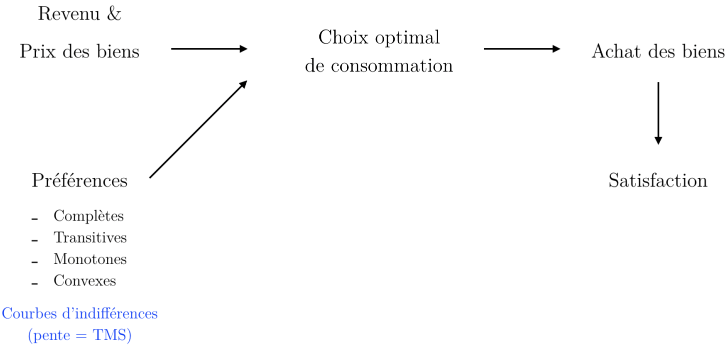
Le TMS a un “sens” :

Ici, pour simplifier (et suivre le manuel de référence) nous allons toujours exprimer notre TMS en considérant que le bien y auquel on renonce est le bien sur l’axe des ordonnées et que le bien x que l’on l’acquiert en échange est le bien de l’axe des abscisses.

Ne soyez pas surpris quand vous lisez d’autres manuels par exemple que le TMS soit exprimé différemment.

Exemple dans Picard (2011) : Le taux marginal de substitution du bien k au bien h est égal à la quantité additionnelle de bien k dont le consommateur doit disposer pour compenser la réduction d’une unité de la consommation de bien h l’utilité étant maintenue constante.

Le TMS



Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Satisfaction

Préférences

- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Courbes d'indifférences
(pente = TMS)

Taux marginal de substitution

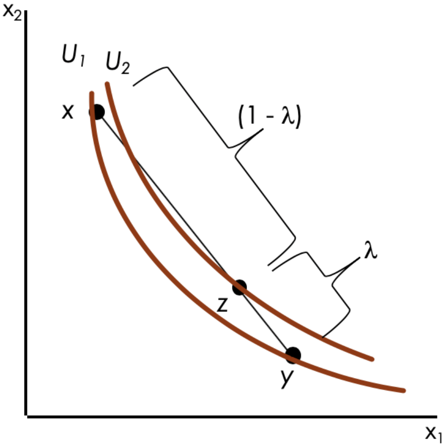
- Les courbes d'indifférence sont convexes vers l'origine : la pente est croissante (de moins en moins négative), et le TMS (= valeur absolue de la pente négative) est décroissant quand on descend le long de la courbe. Deux manières d'interpréter la convexité des préférences :

    1. Au fur et à mesure qu'augmente la quantité consommée d'un bien, un consommateur sera prêt à renoncer à des quantités de plus en plus faibles d'un autre bien pour obtenir des unités additionnelles du premier.

    2. On peut aussi dire qu'un consommateur préfère un panier de biens diversifié à des paniers moins diversifiés indifférents.

Décroissance du TMS et convexité des préférences

- Décroissance du TMS
  = Préférences convexes
  = Préférences pour la diversité



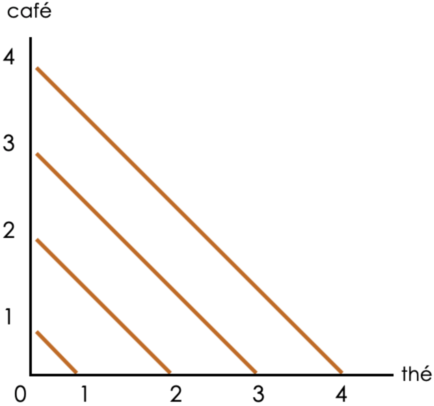
Taux marginal de substitution

- La forme d'une courbe d'indifférence traduit la volonté du consommateur de substituer un bien à un autre.
- Il y a deux cas limites opposés :
  1. Substituts parfaits
  2. Compléments parfaits

Substituts parfaits - Fig. 3.6.a p.98

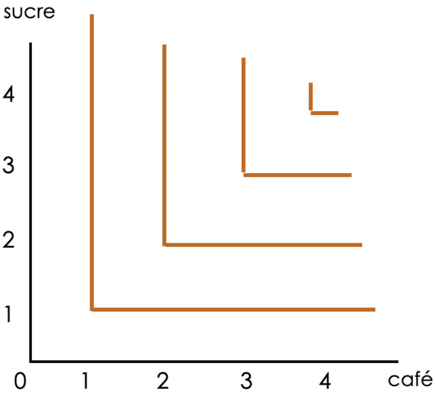
- Deux biens sont des substituts parfaits quand le TMS de l'un à l'autre est constant.

- Par exemple, pour certains consommateurs, le café et le thé. Le consommateur est toujours disposé à échanger un café pour un thé et réciproquement.



Compléments parfaits - Fig. 3.6.b p.98

- Deux biens sont des compléments parfaits quand la courbe d'indifférence est en L.
- Par exemple, pour certains consommateurs, le sucre et le café.



Des préférences à l'utilité

Jusqu'à présent nous n'avons pas eu besoin de donner une “valeur” à la satisfaction retirée par un individu de la consommation d'un panier donné. Cela peut cependant être fait grâce à une fonction dite d'utilité.

- On démontre que, lorsque la relation de préférence est un préordre complet (R complète et transitive) et lorsque d'autres conditions techniques sont satisfaites (par ex, continuité), on peut représenter les préférences d'un consommateur par une fonction :

$$x \succcurlyeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

- On la nomme habituellement fonction d'utilité et on nomme utilité, les valeurs correspondantes : par exemple,

$$U_1 = u(x) \; et \; U_2 = u(y)$$

Niveau et fonction d'utilité

- La fonction d'utilité est une relation qui associe un niveau d'utilité à chaque panier de biens. C'est donc une façon de résumer les préférences individuelles et l'information contenue dans un ensemble de courbes d'indifférences.
- Le niveau d'utilité (résultat de la fonction pour des valeurs de consommation données) est un nombre qui représente le niveau de satisfaction qu'un consommateur ressent en consommant un panier de biens *donné*.

Si la fonction d'utilité est $U(x, y) = x + 2y$ alors, un panier de 8 unités alimentaires (x) et de 3 unités de vêtements (y) donne une utilité de $8 + 2 \times 3 = 14$

Utilité ordinale et utilité cardinale

Deux traitements possibles de l'utilité :

1. Utilité ordinale qui consiste *uniquement* à classer les différents paniers de biens entre eux.
2. Utilité cardinale qui consiste à classer les différents paniers de biens entre eux mais qui en plus va permettre de connaitre de combien un panier est préféré à un autre.

Utilité ordinale

- Seul l'ordre des utilités est important.
  Par exemple, une fonction u telle que $u(x) = 10$ et $u(y) = 15$ peut être remplacée par une fonction v qui donnerait $v(x) = 5$ et $v(y) = 83$.

- Cela est suffisant pour tous les résultats de la théorie du consommateur.

- Formellement, cela veut dire qu'on peut remplacer $U = f(x)$ par $V = h(x)$ avec $h(x) = g(f(x))$ et $g' > 0$
  (h est une transformation monotone croissante de f).

  Par exemple on peut remplacer $U = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ par $V = h(x_1, x_2) = g\left[f(x_1, x_2)\right] = (x_1, x_2)^2 = x_1^2 x_2^2 \;\; (g' = 2x_1 x_2 > 0)$

Utilité cardinale

- La valeur de l'utilité est importante. Cela signifie que, comme pour les températures, le rapport entre les différences d'utilités est significatif.

  Si $U = f(x)$ est telle que $[f(x_1) - f(x_2)] / [f(x_3) - f(x_4)] = k$, on peut la remplacer par :

  $V = h(x)$ telle que $[h(x_1) - h(x_2)] / [h(x_3) - h(x_4)] = k$

- Formellement, cela veut dire que si $U = f(x)$, $V = h(x) = g(f(x)) = a.f(x) + b$ avec $a > 0$
  (on dit que h est une transformation affine croissante de f)

- Cette représentation est cohérente avec l'idée selon laquelle l'utilité serait une sensation (c'est le cas, par exemple, pour donner sens à la décroissance de l'utilité marginale). Elle n'est pas nécessaire à la représentation des préférences par une fonction (ordinale) d'utilité.(Êtes-vous capable de dire qu'un bien vous rapporte exactement 2 fois plus de satisfaction qu'un autre ?)

Relations entre utilité ordinale et utilité cardinale

- Comme une transformation affine croissante $a.f(x)+b$ est un cas particulier de transformation monotone croissante $g(f(x))$, ...

- une mesure cardinale de l'utilité satisfait aux propriétés de la mesure ordinale, mais l'inverse n'est pas vrai.

- Par exemple, d'un point de vue ordinal, que l'utilité marginale soit décroissante ou croissante n'a pas de conséquence. D'un point de vue cardinal, cela correspond à une sensibilité différente aux variations de quantités de biens.

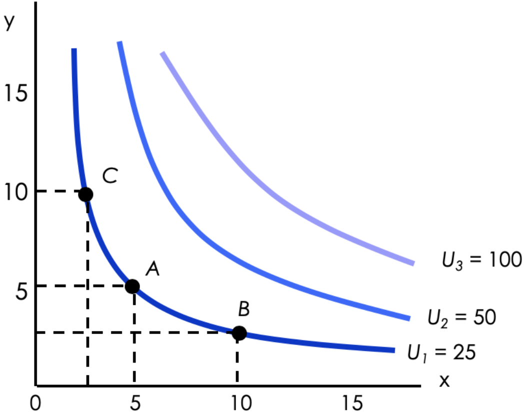
Utilité : un exemple

Soit une fonction d'utilité : $U(x, y) = xy$. Le consommateur est indifférent entre A, B et C.

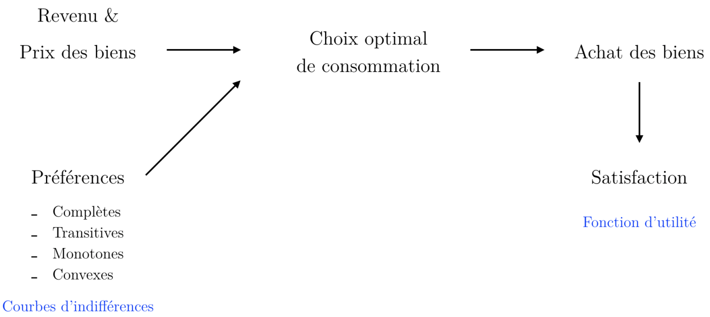
Panier de biens	Aliments (x)	Vêtements (y)	Utilité
A	5	5	$5{\times}5 = 25$
B	10	2,5	$10{\times}2{,}5 = 25$
C	2,5	10	$2{,}5{\times}10 = 25$

Utilité : un exemple - Fig 3.8 p.101

- Panier A : 25= 5×5
- Panier B : 25= 2,5×10
- Panier C : 25= 10×2,5



L'utilité



Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Préférences

- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Courbes d'indifférences

Satisfaction

Fonction d'utilité

2. Contrainte budgétaire

Les contraintes budgétaires

- Les préférences ne sont pas le seul facteur explicatif du comportement du consommateur.
- Les contraintes budgétaires limitent le choix du consommateur.

La droite de budget

- La droite de budget est l'ensemble des combinaisons de deux biens tel que les dépenses totales égalisent le revenu.
- On suppose que le revenu est dépensé totalement et que l'épargne est nulle.
  NB : de manière alternative, on peut considérer que l'épargne est consacrée à l'acquisition de biens disponibles à une date ultérieure, ce qui signifie encore que tout le revenu est dépensé.

La droite de budget

Soit :

- x = quantité d'aliments achetée
- y = quantité de vêtements achetée
- P_x = prix d'une unité d'aliments (en EUR)
- P_y = prix d'une unité de vêtements (en EUR)
- R = le revenu total disponible (en EUR)

On a alors :

- xP_x = montant des dépenses alimentaires (en EUR)
- yP_y = montant des dépenses vestimentaires (en EUR)
- $xP_x + yP_y$ = montant total des dépenses (en EUR)

- $xP_x + yP_y = R$ = la contrainte budgétaire
  (NB : tout est dépensé, pas d'épargne)

La droite de budget : exemple

Soit un ensemble de paniers de consommation tels que :

Panier	Aliments ($P_x = 1$)	Vêtements ($P_y = 2$)	Revenu R
A	0	40	$0 \times 1 + 40 \times 2 = 80$
B	20	30	80
D	40	20	80
E	60	10	80
G	80	0	80

La droite de budget : exemple → Fig. 3.10 p.105

$$R = yP_y + xP_x$$

$$\text{d'où } y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

$$Pente : \frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= -\frac{P_x}{P_y} = -\frac{1}{2}$$

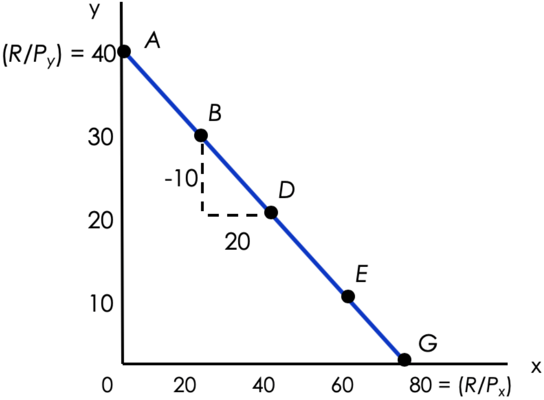


Fig. 3.10 p.105

La droite de budget

- Le long de la droite de budget, le consommateur dépense moins sur un bien et plus sur l'autre.
- La pente de la droite de budget mesure le prix relatif des produits alimentaires et vestimentaires.
- La pente donne ainsi le taux auquel les deux biens peuvent être substitués sans modifier la dépense totale.
- L'ordonnée à l'origine $\dfrac{R}{P_y}$ représente le montant maximal de vêtements que l'on peut acheter avec le revenu R.
- Le point d'intersection de la droite avec l'abscisse $\dfrac{R}{P_x}$ représente le montant maximal de produits alimentaires que l'on peut acheter avec le revenu R.

Variations de la droite de budget

$$R = yP_y + xP_x$$

$$\text{d'où } y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

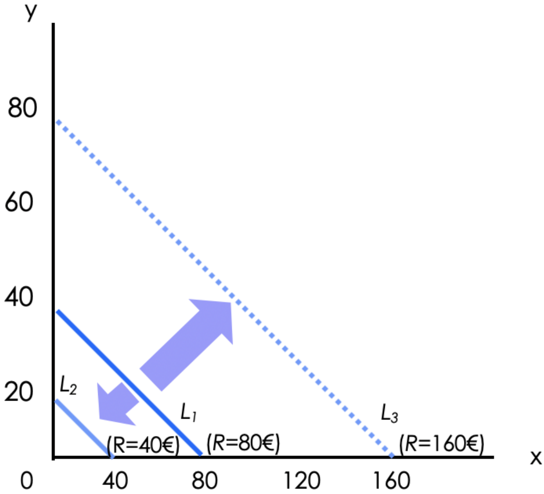
On voit alors que quand les revenus et les prix changent, la droite de budget est affectée. Comment ?

Variations de la droite de budget : variation de revenu

- Une augmentation de revenu provoque un *déplacement parallèle* de la droite de budget vers l'extérieur, parallèlement à sa position initiale (quand les prix sont constants).
- Le consommateur peut acheter plus des deux biens.
- Une baisse de revenu provoque l'effet opposé (déplacement vers l'intérieur).

La droite de budget : exemple → Fig. 3.11 p. 106

- La droite de budget se déplace parallèlement vers l'extérieur quand le revenu augmente.
- La droite de budget se déplace parallèlement vers l'intérieur quand le revenu baisse.



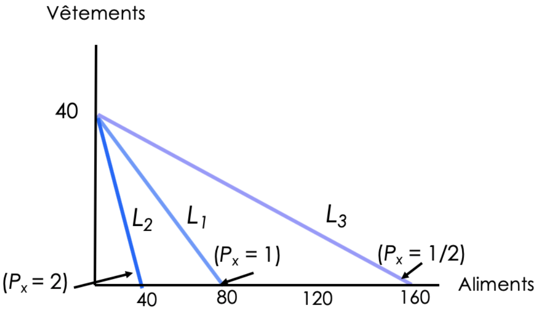
Variations de la droite de budget : variation de prix

- **Les effets d'une variation de prix :** si le prix d'un bien augmente, la droite de budget pivote.
- Supposons que le prix des aliments augmente :
  - Si le consommateur n'achète que des produits alimentaires, il ne peut en acheter autant qu'avant. Le point d'intersection de la droite avec l'abscisse se déplace vers zéro (baisse de $\frac{R}{P_x}$).
  - Si le consommateur n'achète que des produits vestimentaires, il peut en acheter autant qu'avant. L'ordonnée $(\frac{R}{P_y})$ ne change pas.

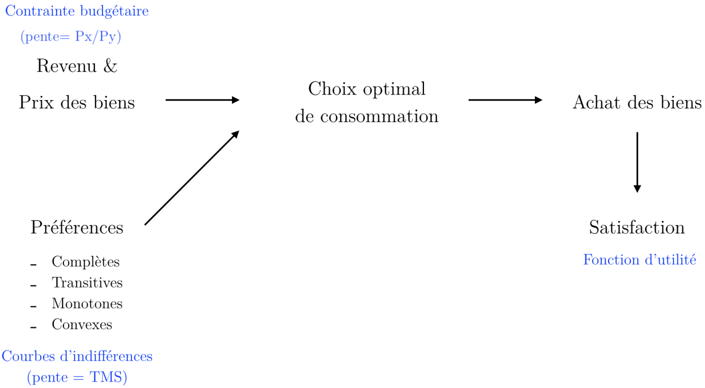
Variations de la droite de budget : variation de prix → Fig. 3.12 p. 107

- Une baisse du prix des produits alimentaires de 1 à 0,50 euro fait monter la pente de la droite de budget et la fait pivoter vers l'extérieur.

- Une hausse du prix des produits alimentaires de 1 à 2 euros fait baisser la pente de la droite de budget et la fait pivoter vers l'intérieur.



La droite de budget



Contrainte budgétaire
(pente= Px/Py)

Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

Achat des biens

Préférences

- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Courbes d'indifférences
(pente = TMS)

Satisfaction

Fonction d'utilité

3. Choix du consommateur

Le choix du consommateur

Les consommateurs choisissent les combinaisons de biens de manière à maximiser leur utilité (leur satisfaction), avec un budget limité.

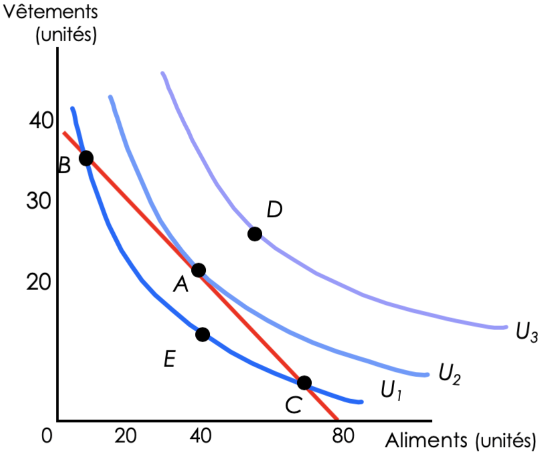
Autrement dit ils choisissent ce qu'il y a de meilleur pour eux parmi ce qu'il leur est accessible.

Le panier optimal doit satisfaire deux conditions :

1. Il doit appartenir à la droite de budget. (Le revenu doit être dépensé totalement = monotonie des préférences.)
2. Il doit fournir au consommateur la combinaison préférée de biens et de services parmi celles accessibles.

Le choix du consommateur → Fig. 3.13 p. 108

- A, B, C sur la droite de budget mais D dépasse capacités budgétaires. E ne les utilise pas toutes.
- A sur la courbe d'indifférence la plus haute qui puisse être atteinte sous les contraintes budgétaires.
- Le consommateur choisit A.



Le choix du consommateur

- Le consommateur choisira un point sur la plus haute courbe d'indifférence qui soit aussi sur la droite de budget.
- Au point A (graphique précédent), la courbe d'indifférence est tangente à la droite de budget : la pente de la droite de budget est égale à la pente de la courbe d'indifférence en ce point optimal.

Le choix du consommateur

La pente d'une courbe d'indifférence est :

$$TMS_{x,y} = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=cte} \simeq -\left.\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|_{U=cte}$$

De plus, la pente de la droite de budget est :

$$Pente = -\frac{P_x}{P_y}$$

Le choix du consommateur

Le choix du consommateur est donc optimal quand les deux pentes sont égales :

$$TMS = -\frac{dy}{dx}\bigg|_{U=cte} = \frac{P_x}{P_y}$$

La satisfaction est maximisée lorsque le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix. Cette relation est vraie SEULEMENT au point optimal de consommation.

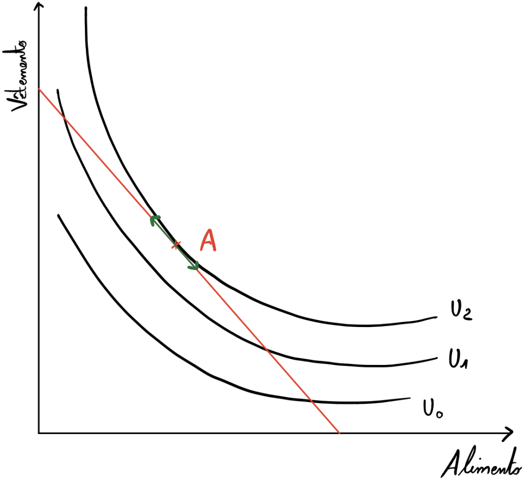
Le choix du consommateur

Si $TMS \neq \frac{P_x}{P_y}$ alors, un individu peut augmenter son utilité en changeant son panier de biens :

- $TMS > \frac{P_x}{P_y}$ alors, un consommateur augmentera ses produits alimentaires et diminuera ses produits vestimentaires jusqu'à ce que $TMS = \frac{P_x}{P_y}$.
- $TMS < \frac{P_x}{P_y}$ alors, un consommateur diminuera ses produits alimentaires et augmentera ses produits vestimentaires jusqu'à ce que $TMS = \frac{P_x}{P_y}$.

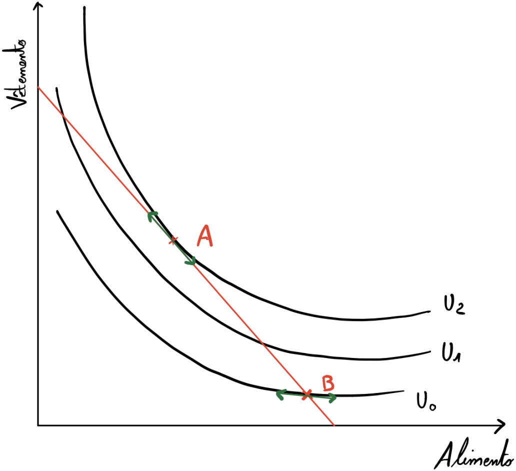
Le choix du consommateur

- Situation optimale en A
- $TMS = \frac{P_x}{P_y}$
- L'utilité se trouve en U_2



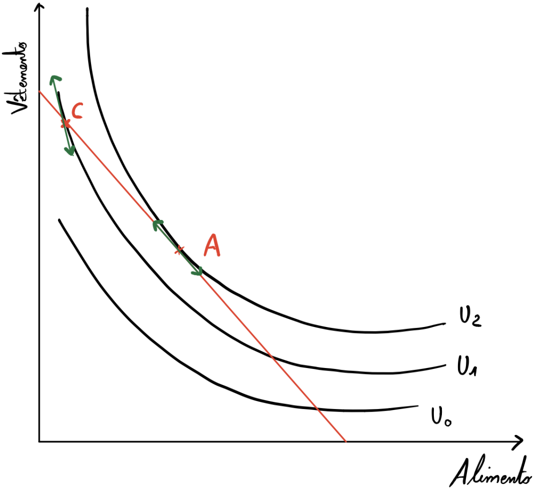
Le choix du consommateur

- En B la situation n'est pas optimale
- $TMS < \frac{P_x}{P_y}$
- Le consommateur peut réduire sa quantité d'aliments consommés et augmenter sa consommation de biens vestimentaires jusqu'en A.
- Utilité passe à $U_2 > U_0$



Le choix du consommateur

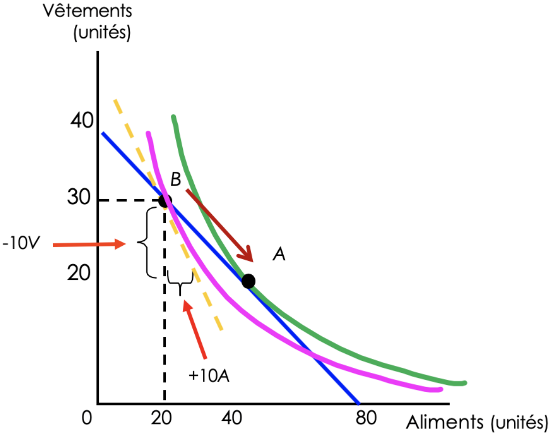
- En C la situation n'est pas optimale
- $TMS > \frac{P_x}{P_y}$
- Le consommateur peut réduire sa quantité de vêtements consommés et augmenter sa consommation de biens alimentaires jusqu'en A.
- Utilité passe à $U_2 > U_1$



Le choix du consommateur (autre exemple) - → Fig. 3.13 p. 108

Avec notre exemple précédent :

- Le point B ne maximise pas la satisfaction.
- $TMS = -\frac{-10}{10} = 1$ est plus élevé que le ratio de prix $\frac{P_x}{P_y} = \frac{1}{2}$



Le choix du consommateur (autre exemple)

Sur la figure précédente ; au point B le consommateur achète 30 unités de vêtements et 20 unités de biens alimentaires.

- Le rapport des prix égal à 1/2 puisque le prix d'un aliment est de 1 euros et le prix d'un vêtement est de 2 euros.
- Or, le TMS en B est de 1 c'est à dire que le consommateur peut échanger un aliment contre un vêtement sans changer d'utilité.

Les aliments étant moins chers que les vêtements il a donc intérêt à le faire ! Par exemple s'il achète 1 unité en moins de vêtements, il peut alors utiliser les deux euros récupérés pour acheter deux unités d'aliments (alors que une seule aurait été utile pour maintenir son utilité constante). Il augmente donc son niveau de satisfaction.

Le choix du consommateur

En résumé : le choix du consommateur est optimal lorsque :

- le gain marginal (l'avantage associé à la consommation d'une unité supplémentaire de produits alimentaires)
- est égal au cout marginal (cout d'une unité supplémentaire de produits alimentaires).

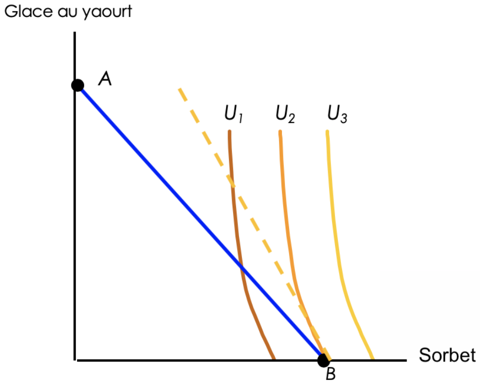
Le choix du consommateur : les solutions en coin

Parfois les choix du consommateur sont extrêmes, en particulier en ce qui concerne certaines categories de biens. Par exemple, certains consommateur ne veulent en aucun cas consommer de sport.

- Une solution en coin existe quand un consommateur consomme un panier « extrême » qui consiste en un seul bien et aucun d'un autre. C'est un cas particulier où le TMS n'est pas nécessairement égale au rapport des prix $\frac{P_x}{P_y}$.

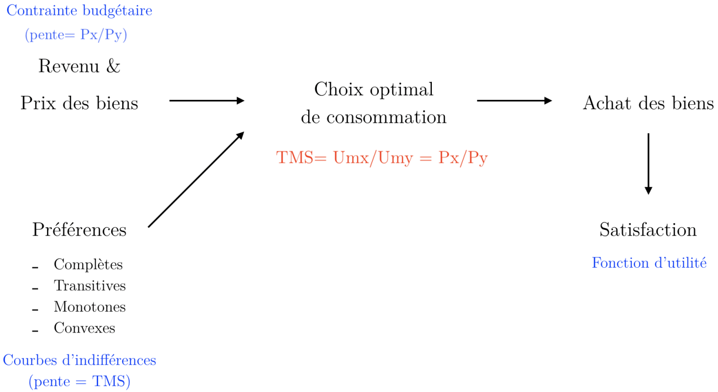
Imaginons l'exemple d'un individu allergique au lait. Il ne veut donc consommer que des sorbets.

Le choix du consommateur : les solutions en coin → Fig. 3.15 p. 112



Une solution en coin existe au point B. Au point B, le TMS du sorbet à la glace au yaourt est supérieur à la pente de la droite de budget. Si le consommateur pouvait renoncer à plus de glace au yaourt pour des sorbets, il le ferait.

Le choix du consommateur



Contrainte budgétaire
(pente= Px/Py)

Revenu &
Prix des biens

Choix optimal
de consommation

TMS= Umx/Umy = Px/Py

Achat des biens

Satisfaction

Fonction d'utilité

Préférences

- Complètes
- Transitives
- Monotones
- Convexes

Courbes d'indifférences
(pente = TMS)

4. Utilité et choix

Utilité et choix du consommateur

Nous avons vu comment un consommateur maximise son niveau de satisfaction en choisissant le courbe d'indifférence la plus haute possible compte tenu de sa contrainte budgétaire.

Ce problème peut être reformulé comme celui de la maximisation de l'utilité sous la contrainte budgétaire.

Utilité marginale

On peut définir l'utilité marginale comme le supplément de satisfaction engendré par la consommation d'une unité supplémentaire d'un bien.

Formellement, c'est donc la dérivée de la fonction d'utilité par rapport à un bien puisqu'il s'agit donc du rapport entre une variation d'utilité et la variation (infinitésimale) de la quantité du bien qui l'engendre.

On peut approcher l'utilité marginale par la satisfaction supplémentaire engendrée par un supplément de consommation $Um_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1}$

Décroissance de l'utilité marginale

L'utilité marginale du consommateur est décroissante : Plus on dispose d'un bien en grande quantité plus la satisfaction engendrée par la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien bien est faible (même si l'utilité totale continuera toujours à augmenter.)

$\simeq$ Autre façon d'exprimer l'hypothèse de convexité des préférences.

Utilité et choix du consommateur

Lorsqu'on se déplace le long d'une courbe d'indifférence la perte d'utilité liée à la consommation d'une unité en moins d'un bien doit être exactement compensée par le gain d'utilité lié à la consommation d'une unité supplémentaire de l'autre bien (puisque l'utilité est constante le long d'une même courbe d'indifférence). On a donc :

$$Um_x \Delta x + Um_y \Delta y = 0 \Big|_{U=cte}$$

soit

$$-\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Um_x}{Um_y}$$

et

$$TMS = \frac{Um_x}{Um_y}$$

Utilité et choix du consommateur

A l'optimum le TMS est donc égal au rapport des utilités marginales et donc au rapport des prix :

$$\frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y}$$

Principe d'égalisation marginale : L'utilité est maximisé quand le revenu total est alloué de tel sorte que l'utilité marginale par euro dépensé est le même pour chaque bien.

Pour un consommateur, tant que l'utilité marginale engendrée par la dépense d'un euro supplémentaire en biens alimentaires est supérieur à l'utilité marginale engendrée par la dépense d'un euro supplémentaire en biens vestimentaires, alors il peut aug. son utilité en réaffectant ses dépenses des vêtements vers les biens alimentaires.

Le programme du consommateur

Tout cela peut s'écrire plus formellement de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \max x, y \quad & U(x, y) \\ \text{s.c.} \quad & R = P_x x + P_y y \end{aligned}$$

En résolvant ce programme on peut obtenir les fonctions de demande de chaque bien. Picard (2011) :

Les fonctions de demande expriment les choix optimaux du consommateur en fonction des prix unitaires des biens et du revenu dont celui-ci dispose. Pour une fonction d'utilité donnée, calculer les fonctions de demande du consommateur revient donc à calculer les consommations optimales en exprimant celles-ci en fonction des prix et du revenu.

Fonctions de demande

A l'optimum on sait que :

$$TMS_{y-x} = -\frac{dy}{dx} = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{\partial U(x,y)/\partial x}{\partial U(x,y)/\partial y} = \frac{P_x}{P_y} \tag{1}$$

et

$$R = P_x x + P_y y \tag{2}$$

En résolvant ces deux equations (1) et (2) à deux inconnues (x et y) on obtient les fonctions de demande Marshaliennes $x^*(R, P_x, P_y)$ et $y^*(R, P_x, P_y)$.

Fonctions de demande : Exemple pour x

1. On récrit (2), la contrainte budgétaire, en isolant y :

$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \tag{3}$$

2. On remplace (3) dans (1)

$$\frac{\partial U(x, \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x)/\partial x}{\partial U(x, \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x)/\partial y} = \frac{P_x}{P_y} \tag{4}$$

Cette equation ne contient alors plus qu'un seul inconnu x que l'on peut exprimer en fonction de (R, P_x, P_y). On peut faire la même chose pour y.